ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

по дисциплине «Математика»

дата 30.11.2023

Новый материал (конспект в тетрадь)

Тема: «Признак возрастания (убывания) функции. Критические точки функции. Экстремумы»

Признак возрастания (убывания) функции

Интервалы возрастания и убывания называют интервалом **монотонности**.

Если дифференцируемая функция $y = f(x)$ **возрастает** на некотором интервале $(a; b)$, то её производная положительна $f'(x) > 0$.

Если дифференцируемая функция $y = f(x)$ **убывает** на некотором интервале $(a; b)$, то её производная отрицательна $f'(x) < 0$.

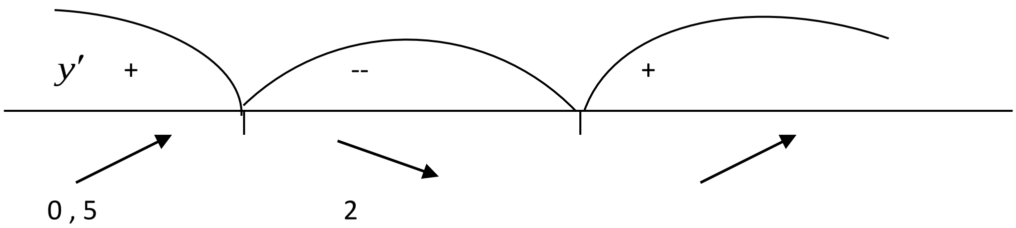
Чтобы найти интервалы возрастания и убывания функции, необходимо:

1. Найти область определения.
2. Продифференцировать функцию и приравнивать производную нулю.
3. Решая это уравнение, найдем корни и разобьем область определения данной функции этими точками на интервалы монотонности.
4. Определяя знак производной в любой точке каждого интервала, определим, где функция возрастает, а где убывает.

Пример. Установить интервалы монотонности функции $y = \frac{2}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 2x$.

Решение:

1. Область определения $(-\infty; +\infty)$.
2. Найдем производную $y' = \frac{2}{3} \cdot 3x^2 - \frac{5}{2} \cdot 2x + 2$. Находим критические точки $y' = 0$: $\frac{2}{3} \cdot 3x^2 - \frac{5}{2} \cdot 2x + 2 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2}$, $x_2 = 2$. Область определения $(-\infty; +\infty)$ разбиваем с помощью этих точек на интервалы и на каждом интервале определяем знак производной.

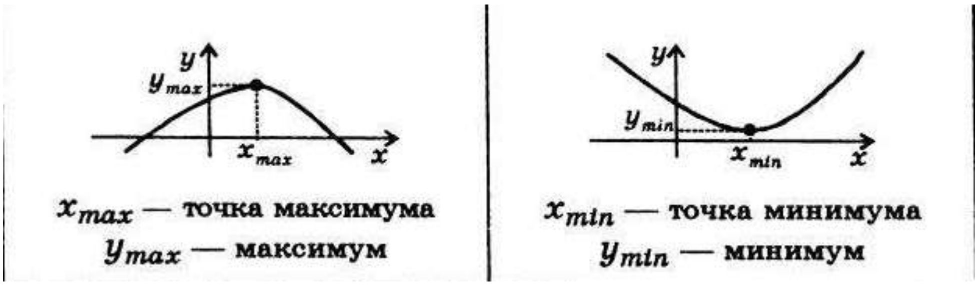


3.

Как видно из рисунка на интервалах $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$ и $(2; +\infty)$ $y' > 0$, значит функция возрастает, на интервале $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$ $y' < 0$, следовательно, функция убывает.

Критические точки функции, максимумы и минимумы

Критической точкойназывают ту, в которой производная равна нулю или ее значения не существует. Она может одновременно являться точкой экстремума, но может ею и не быть.
Теорема Ферма (необходимое условие существования экстремума)
Если точка x_0является точкой экстремума функции и в этой точке существует производная f, то она равна нулю, f (x_0) = 0.
Признак максимума функции Если при переходе через точку x_0 изменяется знак производной с «+» на «-», то в данной точке функция достигает своего максимума.
Признак минимумафункцииЕсли при переходе через точку x_0 изменяется знак производной с «-» на «+», то в данной точке функция достигает своего минимума



Определение. Точки максимума и минимума функции называются **точками экстремума.**

Пример. Исследовать на экстремум функцию $y = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 1$
а) D(y) =R;
б) $y' = 6x^2 - 30x + 36$;
в)из уравнения $6x^2 - 30x + 36 = 0$ находим $x_1 = 2$, $x_2 = 3$;
г) y' существует при всех x;
д)отметим точки $x_1 = 2$, $x_2 = 3$ на координатной прямой:

е) знаки производной на полученных промежутках отмечены на рисунке;

ж)при переходе через точку x=2 слева направо производная y' меняет знак с «+» на «-», значит x=2- точка максимума; при переходе через точку x=3 производная y' меняет знак с «-» на «+», значит, x=3- точка минимума. В точке x=2 имеем $y_{max}=29$; в точке x=3 имеем $y_{min}=28$.

Домашнее задание

Проработать конспект и выполнить задания в рабочей тетради **(Интернет-решения мне не нужны!!!)**

1. Найдите промежутки возрастания и убывания и постройте графики функций

а) $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$; б) $f(x) = 4x^3 - 1{,}5x^4$;
в) $f(x) = 2 + 9x + 3x^2 - x^3$; г) $f(x) = x^4 - 2x^2$.

2. Найдите критические точки функции. Определите, какие из них являются точками максимума, а какие – точками минимума:

а) $f(x) = 5 + 12x - x^3$; б) $f(x) = 9 + 8x^2 - x^4$;
в) $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 4$; г) $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - x^2$.

Конспекти задания отправляем на электронную почту oles.udalova@yandex.ru